

Mathematics - 103
Semester - II
May - 2012

[Time : 3 Hours]

[Max. Marks 70]

- દ્વારા : (1) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
 (2) બધા જ પ્રશ્નોના ગુણ સરખા છે.

1. (અ) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$ ના ઉકેલ માટેની રીત સમજાવો,
 જ્યાં P અને Q એ x ના વિષેયો છે.

$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \log x$ નો ઉકેલ પણ મેળવો.

અથવા

વિકલ સમીકરણ $y = xf(p) + g(p)$ ના ઉકેલની રીતે સમજાવો.

$y = 2px - p^2$ નો ઉકેલ પણ મેળવો.

(બ) ગમે તે બે ગણો :

(1) ઉકેલ મેળવો : $(\sin x \sin y + \sec^2 x)dx + (\tan^2 y - \cos x \cos y)dy = 0$

(2) ઉકેલ મેળવો : $y^2 p^2 - x^2 = 0$

(3) વક્ત r = c(1 + cos θ) ના લંબાચ્છેદી વક્તો મેળવો.

2. (અ) સાબિત કરો : $\frac{e^{ax} F(x)}{f(D)} = e^{ax} \frac{F(x)}{f(D+a)} \cdot \frac{10e^{2x} \cos 3x}{D^2 - 4D + 3}$
 નું સાદુંરૂપ પણ આપો.

અથવા

સાબિત કરો $\frac{\sin ax}{f(D^2)} = \frac{\sin ax}{f(-a^2)}$, જ્યાં $f(-a^2) \neq 0$

$\frac{\sin 2x}{D^3 - D^2 + D - 2}$ નું સાદુંરૂપ પણ આપો.

(બ) ગમે તે બે ના ઉકેલ મેળવો.

$$(1) \quad (D^2 + 1)^3 (D^2 - D + 1)^2 y = 0$$

$$(2) \quad \frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 2e^{3x} + 3e^{2x}$$

$$(3) \quad x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

3. (આ) સમતલ $lx + my + nz = p$ ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ને સ્પર્શી તે માટેની શરત મેળવો. વળી સ્પર્શ બિંદુના યામ પણ મેળવો.

અથવા

વર્તુળ $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 70 = 0$,
 $x + 5y - 7z = 45$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા મેળવો.

(બ) ગમે તે બે ગણો.

(1) વર્તુળ $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 2y + 4z + 8 = 0$,
 $x + 2y - 2z = 8$ માંથી પસાર થતા અને જેનું કેન્દ્ર સમતલ
 $4x - y - 5z = 3$ પર આવેલું હોય તેવા ગોલકનું સમીકરણ મેળવો.

(2) ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 10y - 23 = 0$ અને સુરેખા
 $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$ નો છેદ મેળવો.

(3) સમતલ $2x - y + 2z = 5$ ને સમાંતર ગોલક
 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ ના સ્પર્શતલો મેળવો.

4. (આ) પ્રચલિત સંકેતમાં શાંકવનું પ્રવીય સમીકરણ $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ મેળવો.

અથવા

વક $x^2 + 2y^2 + 7z^2 = 5$, $3x - 4y + z = 1$ માંથી પસાર થતા અને ઉગમબિંદુ શીર્ષવાળા શંકુનું સમીકરણ શોધો.

(બ) ગમે તે બે ગણો.

(1) જો PP' અને QQ' શાંકવની પરસ્પર લંબનાભિ જવાઓ.

હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{1}{SP \cdot SP'} + \frac{1}{SQ \cdot SQ'}$ અચળ છે. જ્યાં S શાંકવની નાભિ છે.

(2) જો બિંદુ A ના ગોલીય ધામ $\left(2, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}\right)$ હોય તો તેના સીલીન્ડરીય અને કાર્ટોગ્રામ ધામ શોધો.

(3) ત્રિજ્યા 3 અને અક્ષ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$ હોય તેવા સમ નણાકારનું સમીકરણ મેળવો.

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો.

(1) વિકલ સમીકરણ $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2$ ની કક્ષા લખો.

(2) ઉગમબિંદુમાંથી પસાર થતી તમામ સુરેખાઓનું વિકલ સમીકરણ મેળવો.

(3) વિકલ સમીકરણ $(y - px)(p + 1) = p$ નો સામાન્ય ઉકેલ લખો.

(4) જેનો સામાન્ય ઉકેલ $y = Ae^x + Be^{2x}$ હોય તેવું વિકલ સમીકરણ મેળવો.

(5) સાદું રૂપ આપો : $\frac{x^3}{D+1}$

(6) સાદું રૂપ આપો : $\frac{\cos 2x}{D^2 + 4}$

(7) વિકલ સમીકરણ $(D-1)^2(D+2)y = 0$ નો સામાન્ય ઉકેલ લખો.

(8) r_1 અને r_2 ત્રિજ્યાવાળા C_1 અને C_2 અનુક્રમે કેન્દ્રો હોય તે ગોલકો અંદરથી સ્પર્શે તે માટેની શરત કઈ છે ?

- (9) ઉપવલયજનું વ્યાપક સમીકરણ લખો.
- (10) સમીકરણ $3x^2 + 3y^2 + z^2 - 7x - 2y + 4z - 18 = 0$ શા માટે
ગોલક ન દર્શાવે ?
- (11) જે શંકુનું શીર્ષ R^3 માં ઊગમબિંદુ હોય તેવા શંકુનું સમીકરણ કેવા
પ્રકારનું હોય ?
- (12) ધ્રુવીય સમીકરણ $\theta = \frac{\pi}{4}$ ક્યા પ્રકારનો વક્ત દર્શાવે ?
- (13) શાંકવ $\frac{3}{r} = 6 + 5 \cos \theta$ ની ઉત્કેન્દ્રતા શોધો.
- (14) સુરેખા $r \cos \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right) = 2\sqrt{2}$ નું કર્તોઝીય સમીકરણ શોધો.

B.Sc. (Sem - II)

April - 2013

Mathematics : MAT - 103

(Differential Equation)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70]

સૂચના : (1) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(2) બધા જ પ્રશ્નોના ગુણા સરખા છે.

1. (અ) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ નાં ઉકેલ માટેની રીત સમજાવો.

જ્યાં P અને Q એ x નાં વિધેય છે.

$$x \frac{dy}{dx} - y = 2x^3 \text{ નો ઉકેલ પણ મેળવો.}$$

અથવા

લાગ્રાંજનું વિકલ સમીકરણ લખો અને તેના ઉકેલની રીત સમજાવો

$$x + y = \left(\frac{1+P}{1-P} \right)^2 \text{ નો ઉકેલ પણ મેળવો. જ્યાં } P = \frac{dy}{dx}$$

(બ) ગમે તે બેના ઉકેલ મેળવો :

$$(1) (e^x y + 2x \sin y) dx + (e^x + x^2 \cos y) dy = 0$$

$$(2) x \frac{dy}{dx} + y = x^3 y^4$$

$$(3) P^2 + 2Py \cot x = y^2, \text{ જ્યાં } P = \frac{dy}{dx}$$

2. (અ) જો $f(a) \neq 0$ હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{1}{f(D)} e^{ax} = \frac{1}{f(a)} e^{ax}$,

$$\text{જ્યાં } D = \frac{d}{dx}$$

$\frac{1}{9D^2 - 1} e^{-x}$ નું સાહુરૂપ આપો.

અથવા

જો $f(-a^2) \neq 0$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$\frac{1}{f(D^2)} \cos ax = \frac{1}{f(-a^2)} \cos ax; \text{ જ્યાં } D = \frac{d}{dx}$$

$\frac{1}{D^2 + 4} (\cos 3x + \cos 5x)$ નું સાહુરૂપ આપો.

(બ) ગમે તે બેના ઉકેલ મેળવો :

$$(1) \quad \frac{d^4 y}{dx^4} - 2 \frac{d^3 y}{dx^3} + 5 \frac{d^2 y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

$$(2) \quad (D^3 + D^2 + D + 1)y = \sin 2x$$

$$(3) \quad x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

3 (અ) R^3 ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ પરનાં (α, β, γ) બિંદુઓ સ્પર્શતલ અને અભિલંબનાં સમીકરણો મેળવો.

અથવા

સમતલ $lx + my + nz = p$ એ કેન્દ્રીય શાંકવજ શરત $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ ને સ્પર્શ તે માટેની શરત મેળવો. અને સ્પર્શબિંદુનાં યામ પણ મેળવો.

(બ) ગમે તે બે ગણો :

$$(1) \quad \text{સાબિત કરો કે ગોલકો શરતો નું નિર્ધારણ કરી શકે છે. અને શરતો નું નિર્ધારણ કરી શકે છે. અને શરતો નું નિર્ધારણ કરી શકે છે.$$

(2) ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 10y - 23 = 0$ અને 207

સુરેખા $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}$ નો છે મેળવો.

(3) સાબિત કરો કે ગોલકો $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ અને $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 6y + 2z + 5 = 0$ પરસ્પર લંબચુદી છે.

(અ) શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ મેળવો અને શાંકવ $- 4r \cos \theta = r - 12$ નો પ્રકાર શોધો.

અથવા

R^3 માં (α, β, γ) બિંદુમાંથી પસાર થતી અને ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ને સ્પર્શતી સર્જકરેખાવાળા પરિસ્પર શંકુનું સમીકરણ મેળવો.

(બ) ગમે તે બે ગણો :

(1) ધ્રુવીય યામ $\left(2 \frac{\pi}{6}\right)$ અને $\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ બિંદુઓમાંથી પસાર થતી સુરેખાનું ધ્રુવીય સમીકરણ શોધો. તેના પર ધ્રુવમાંથી દોરેલ લંબની લંબાઈ શોધો.

(2) સાબિત કરો કે, સમીકરણ $33x^2 + 13y^2 - 95z^2 - 144yz - 96zx - 48xy = 0$ સમશંકુ દર્શાવે છે. તેનો અક્ષ અને અર્ધશિરઃકોણ શોધો.

(3) ત્રિજ્યા 3 અને અક્ષ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$ હોય તેવા સમનળાકારનું સમીકરણ મેળવો.

૫ યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) વિકલ સમીકરણ $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = \frac{d^2y}{dx^2}$ ની કક્ષા _____ છે.

(a) 2

(b) 1

(c) $\frac{3}{2}$

(d) એકપણ નાથી

(2) વિકલ સમીકરણ $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ યથાર્થ હોવા માટેની આવશ્યક અને પર્યામ શરત ... છે.

(a) $\frac{\partial N}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x}$ (b) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

(c) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial y}$ (d) એકપણ નહિ

(3) જેનો સામાન્ય ઉકેલ $y = A \cos x + B \sin x$ હોય તેવું વિકલ સમીકરણ છે.

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} = A \cos x + B \sin x$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

(c) $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(d) એકપણ નહિ

(4) વિકલ સમીકરણ $y = Px + \log P$ જ્યાં $P = \frac{dy}{dx}$ નો ઉકેલ છે.

(a) $y = cx + \log c$ (b) $y = cx + \log x$

(c) $y = Px + \log c$ (d) એકપણ નહિ

(5) વિકલ સમીકરણ $\frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 0$ નો સામાન્ય ઉકેલ ... છે.

(a) $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 3x$

(b) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$

(c) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$

(d) એકપણ નહિ

(6) $\frac{1}{D - \infty} f(x) = \dots \dots \dots ;$ જ્યાં અ અનુભૂતિ છે.

- (a) $e^{\infty x} \int e^{-\infty x} f(x) dx$ (b) $e^{-\infty x} \int e^{\infty x} f(x) dx$
 (c) $e^{\infty x} \int e^{\infty x} f(x) dx$ (d) એકપણ નહિ

(7) $\frac{1}{(D - m)^r} e^{mx} = \dots \dots \dots$ જ્યાં મ અચળ છે અને $r \in N.$

- (a) $\frac{x^r}{r!} e^{mx}$ (b) $\frac{x^r}{r} e^{mx}$
 (c) $\frac{x^r}{r!}$ (d) એકપણ નહિ

(8) R^3 માં જો બે ગોલકો પરસ્પર એક કરતાં વધુ બિંદુ એ છેદ તો છેદ ગણ ... છે.

- (a) વર્તુળ (b) એકાકીગણ
 (c) સુરેખા (d) એકપણ નહિ.

(9) R^3 માં ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 8y + 4z + 20 = 0$ પરનાં $(-2, -2, 0)$ બિંદુએ દોરેલાં સ્પર્શતલનું સમીકરણ ... છે.

- (a) $-x - 2y + 2z + 6 = 0$
 (b) $x + 2y + 2z + 6 = 0$
 (c) $x + 2y + 2z = 6$
 (d) એકપણ નહિ.

(10) ઉપવલયજનું વ્યાપક સમીકરણ છે.

- (a) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ (b) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
 (c) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ (d) એકપણ નહિ.

(11) \mathbb{R}^2 માં $\left(-\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ બુદ્ધિય યામવાળા બિંદુના કાર્તોગીય યામ છે.

- (a) $(-1, -1)$ (b) $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
 (c) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (d) એકપણ નહિ

(12) વર્તુળ $r^2 - 2r(g \cos \theta + f \sin \theta) + c = 0$;
 જ્યાં g, f, c અચળનું કેન્દ્ર છે.

- (a) $\left(\sqrt{g^2 + f^2 - c}, \tan^{-1}\left(\frac{f}{g}\right)\right)$
 (b) $\left(\sqrt{g^2 + f^2}, \tan^{-1}\left(\frac{f}{g}\right)\right)$
 (c) $(-g, -f)$
 (d) એકપણ નહિ

(13) જો બિંદુ A નાં નળાકારીય યામ $\left(2, \frac{\pi}{4}, 2\right)$ હોય તો A નાં
 કાર્તોગીય યામ છે.

- (a) $\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ (b) $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2)$
 (c) $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ (d) એકપણ નહિ

(14) ઉદ્ગમબિંદુ શિરોબિંદુ X - અક્ષ અક્ષવાળા અને θ
 અર્ધશિરઃકોણવાળા સમશંકુનું સમીકરણ છે.

- (a) $y^2 + z^2 = x^2 \tan^2 \theta$ (b) $x^2 + y^2 = z^2 \tan^2 \theta$
 (c) $x^2 + z^2 = y^2 \tan^2 \theta$ (d) એકપણ નહિ

★ ★ ★ ★ ★

MAT-103 : Mathematics

(Differential Equations & Geometry)

[Time : 3 Hours][Max. Marks : 70]

- સૂચના : (1) તમામ પાંચ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
 (2) દરેક પ્રશ્નના ગુણ 14 છે.
 (3) સંકેતો પ્રયત્નિત છે.
 (4) જમાણી બાજુના અંક જે-તે પ્રશ્ન/પેટા પ્રશ્નનો પૂરો ગુણભાર દર્શાવે છે.

1. (અ) કલેરોટના વિકલ સમીકરણ ઉકેલવાની રીત સમજાવો.

$$2P + P^2 = \log(y - xP) \text{ નો ઉકેલ પણ મેળવો.} \quad (07)$$

અથવા

વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$ નાં ઉકેલની રીત સમજાવો. જ્યાં

P અને Q એ x નાં વિધેયો છે. $x \frac{dy}{dx} + y = x^3 y^4$ નો ઉકેલ પણ

મેળવો.

- (બ) સમીકરણ ઉકેલો : (07)

$$(1) (x + y + 5)dx + (x - y^2 + 2)dy = 0$$

$$(2) (x^2 + y^2)dx = 2xydy$$

અથવા

સમીકરણ ઉકેલો :

$$(1) xyP^3 + (2y^2 - 3x^2)P^2 - 6xyP = 0$$

$$(2) y^2P^2 - x^2 = 0, જ્યાં, P = \frac{dy}{dx}$$

2. (અ) જે $f(a) = 0$ હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{1}{f(D)} e^{ax} = \frac{e^{ax} x^r}{r! \cdot f(a)}$

જ્યાં, $D = \frac{d}{dx}$ $\frac{e^{3x}}{(D + 1)(D - 3)^2}$ નું સાદુંરૂપ આપો. (07)

અથવા

જે $f(-a^2) \neq 0$ હોય તો સાબિત કરો કે, $\frac{1}{f(D^2)} \sin ax = \frac{1}{f(-a^2)} \sin ax \cdot \frac{\sin 3x}{D^2 + 2D + 1}$ નું સાદુંરૂપ આપો.

(બ) સમીકરણ ઉકેલો : (07)

$$(1) x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = x^3$$

$$(2) (D^2 - 1)y = x^2 \cos x$$

અથવા

સમીકરણ ઉકેલો :

$$(1) (D^4 - 5D^3 + 17D^2 - 13D)y = 0$$

$$(2) (D^2 + 4)y = 10 \sin 3x - 9 \cos 3x$$

3. (અ) R^3 ના બે ભિન્ન ગોલકો પરસ્પર લંબાચુદીય હોવાની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત મેળવો. (07)

અથવા

R^3 માં સમતલ $lx + my + nz = P$ એ ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ને સ્પર્શ તે માટેની શરત અને સ્પર્શબિંદુનાં યામ મેળવો.

(બ) R^3 ના બે ભિન્ન ગોલકો $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 12 = 0$ અને $x^2 + y^2 + z^2 + 2K(x - y + z) + 10 = 0$ પરસ્પર લંબાચુદીય હોય તો K શોધો. (07)

अथवा

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 70 = 0, x + 5y - 72 = 45$$

વर्तुળनुं केन्द्र अने त्रिजया शोधो.

4.

(अ) प्रथलित संकेतमां शांकवनुं ध्रुवीय समीकरण $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

मेणवो.

(07)

अथवा

जेनो अक्ष $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{1}$ अने त्रिजया 3 एकम

होय तेवा समन्याकारनुं समीकरण मेणवो.

(ब) जो R^3 ना बिंदु A नां कार्तिजीय-याम (3, 4, 12) होय, तो तेना
न्याकारीय अने गोलीय याम मेणवो. (07)

अथवा

शांकवनी नाभिज्ञवाओ \overline{SP} अने $\overline{SP'}$ होय तो साबित करो के

$$\frac{1}{SP} + \frac{1}{SP'} = \text{अथग.}$$

5. नीचेना टूकमां जवाब आपो : (गमे ते सात) (14)

(1) जेनो सामान्य उकेल $y = A \cos x + B \sin x$ होय तेवुं विकल समीकरण
लघो.

(2) विकल समीकरण $(D^2 + 4)y = 0$ नो सामान्य उकेल मेणवो.

(3) विकल समीकरण $y = xP + P^3 + \log P + \sin P$ नो सामान्य उकेल
मेणवो.

(4) द्विपृष्ठीय अतिवलयजनुं व्यापक समीकरण लघो.

- (5) $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^3$ ઉકેલો.
- (6) ધૂવીય સમીકરણ $15 - 3r = r \cos \theta$ ક્યો વક્ત દર્શાવે છે?
- (7) r_1 અને r_2 ત્રિજ્યા તેમજ c_1 અને c_2 કેન્દ્રવાળા બે ગોલકો પરસ્પર બહારથી સ્પર્શ તે માટેની શરત કઈ છે?
- (8) વર્તુળ $r^2 - 4r \cos(\theta - \pi/4) - 5 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.
- (9) શાંકવ $-4r \cos \theta = r - 12$ ની ઉત્કેન્દ્રતા શોધો.



Gujarat University

May - 2015

B.Sc., Sem. - II

Core Course 3 : Mathematics, Paper - 103

[Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 70]

સૂચના : (1) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(2) બધા જ પ્રશ્નોના ગુણ સમાન છે.

(3) સંકેતો પ્રયલિત છે.

1. (a) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} + Py = Qy^n$ ના ઉકેલની રીત સમજાવો,
જ્યાં P અને Q એ x નાં વિધેયો છે.

$\frac{dy}{dx} - xy = x^3y^2$ નો ઉકેલ પણ મેળવો.

અથવા

વિકલ સમીકરણ $y = xf(P) + g(P)$ ના ઉકેલની રીત
સમજાવો.

$y = 2Px + \tan^{-1} P$ નો ઉકેલ પણ મેળવો.

(b) સમીકરણ ઉકેલો :

$$(1) (3 + e^{2x}) \cos 2y dy + e^{2x} \sin 2y dx = 0$$

$$(2) y = 2P + 3P^2$$

અથવા

સમીકરણ ઉકેલો :

$$(1) xyP^3 + (2y^2 - 3x^2) P^2 - 6xyP = 0, જ્યાં x \neq 0$$

$$(2) (1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = \tan^{-1} x$$

2. (a) જે $f(-a^2) \neq 0$ હોય તો સાબિત કરો કે,

$$\frac{1}{f(D^2)} \cos ax = \frac{1}{f(-a^2)} \cos ax, \left(\text{જ્યાં } d = \frac{d}{dx} \right)$$

તથા $\frac{\cos 3x}{D^2 + 2D + 1}$ નું સાદું રૂપ આપો.

અથવા

$$\text{સાબિત કરો : } \frac{1}{F(D)} e^{ax} F(x) = e^{ax} \frac{1}{f(D+a)} F(x)$$

તથા $\frac{x e^{4x}}{D^2 - 5D + 6}$ નું સાદું રૂપ આપો.

(b) ઉકેલ મેળવો :

$$(1) (D^2 - 4D + 3)y = 10 e^{2x} \cos 3x$$

$$(2) x^2 D^2 - 2xD + 2y = x^3$$

અથવા

$$(1) (2D^4 + 2D^3 + D^2 + 4D + 3)y = 0$$

$$(2) (D^2 - 1)y = x^2$$

3. (a) $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z = 3, x + y + 2z = 4$

વર્તુળમાંથી પસાર થતું અને $4x + 3z = 14$ સમતલને સ્પર્શતા ગોલકનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

R^3 નાં બે લિન્ન ગોલકો પરસ્પર લંબચુદીય હોવાની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત મેળવો.

(b) (1) સાબિત કરો કે, ગોલકો $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 59 = 0$ અને $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 6y - 6z + 9 = 0$ પરસ્પર છેદ છે.

- (2) R^3 માં $x^2 + y^2 + z^2 - 16 = 0, 3x + 4y - 2z = 10$
વર્તુળમાંથી અને $(2, -1, 1)$ બિંદુમાંથી પસાર થતા
ગોલકનું સમીકરણ મેળવો.

અથવા

- (1) સમતાલ $Kx + y - 2z = 9$ એ ગોલક
 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ને સ્પર્શો તો K ની કિંમત શોધો.
(2) ગોલક $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 10y = 23$ અને સુરેખા
 $\{(4K + 1, 3K - 1, -5K + 3) / K \in R\}$ નો
છેદ મેળવો.

4. (a) શાંકવનું ધ્રુવીય સમીકરણ મેળવો અને
શાંકવ $15 - 3r = r \cos \theta$ નો પ્રકાર જણાવો.

અથવા

સાબિત કરો કે, $xy + yz + zx = 0$ સમીકરણનો પથ સમશંકુ
દર્શાવે છે. તેનો અક્ષ તેમજ અર્ધ શિરઃકોણ શોધો.

- (b) (1) વક્ત $x^2 + y^2 + 3z^2 = 1, zx^2 + y^2 = 2z$ માંથી
પસાર થતાં અને ઉગમબિંદુ શીર્ષવાળા શંકુનું સમીકરણ
મેળવો.

- (2) ધ્રુવીય યામ પદ્ધતિમાં $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ અને $\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$

બિંદુઓમાંથી પસાર થતી સુરેખાનું ધ્રુવીય સમીકરણ
મેળવો. તેના પર ધ્રુવમાંથી દોરેલા લંબાની લંબાઈ શોધો.

અથવા

- (1) $(1, -2, 3)$ બિંદુમાંથી પસાર થતાં અને
 $\{(2, -3, 5 + K) / K \in R\}$ અક્ષવાળા સમનણાકારનું
સમીકરણ મેળવો.

(2) જો બિંદુ A નાં ગોલીય યામ $\left(2, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right)$ હોય તો
તેનાં સિલિન્ડરીય અને કાર્ટેઝીય યામ શોધો.

5. ટૂંકમાં જવાબ આપો :

(1) દ્વિપૃષ્ઠીય અતિવલયજ એ સમતલને સ્પર્શે તે માટેની શરત
લખો.

(2) વિકલ સમીકરણ $(y - xP)^2 = 4P$ ઉકેલો.

(3) ઉગમબિંદુ શિરોબિંદુ, z - અક્ષવાળા અને θ અર્ધ શિરઃકોણ
વાળા સમશંકુનું સમીકરણ લખો.

(4) ઉકેલો : $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = 0.$

(5) કેન્દ્ર $\left(5, \frac{\pi}{3}\right)$ અને 7 ત્રિજ્યવાળા વર્તુળનું સમીકરણ મેળવો.

(6) સંકલ્યકારક અવયવ સમજાવો.

(7) જેનો સામાન્ય ઉકેલ $Y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$ હોય તેવું
વિકલ સમીકરણ મેળવો.

* * *